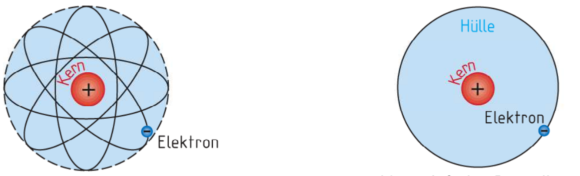
Elektrotechnische Grundlagen - KOMPAKT

1. Aufbau der Materie

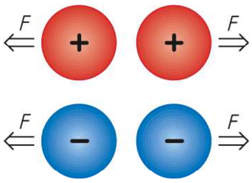
Alle Materie setzt sich aus kleinsten Bausteinen, den Atomen zusammen (∅ etwa 1/10000 µm). Ein Atom besteht aus einem Atomkern und der Atomhülle. Auf der Hülle bewegen sich Elektronen mit großer Geschwindigkeit in unterschiedlich weit entfernten Elektronenschalen (K, L, M ...) um den Kern.

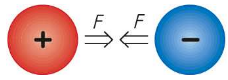


a) Atommodell b) vereinfachte Darstellung

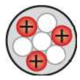
Atome enthalten positive und negative Ladungen. Diese lassen sich beispielsweise durch Reibung trennen.

Gleichartige Ladungen stoßen sich gegenseitig ab, ungleichartige Ladungen ziehen sich gegenseitig an:





Elektronen sind negativ geladen. Der Atomkern besteht aus positiv geladenen Protonen und elektrisch neutralen Neutronen:



Elementarladung eines Elektrons: $e = -1{,}602 \cdot 10^{-19}\,C$ (Coulomb)

Elementarladung eines Protons: $e = +1{,}602 \cdot 10^{-19}\,C$

Ein Vielfaches der Elementarladung wird Ladung Q genannt: $\boxed{Q = n \cdot e}$ [Q] = A•s = C

Die Anziehungskraft zwischen Elektronen und Protonen bewirkt, dass die Elektronen nicht durch die Fliehkraft das Atom verlassen.

Atome sind nach außen elektrisch neutral. ➔ beim Atom gilt: Anzahl der Elektronen = Anzahl der Protonen

Unterschiedliche Atome besitzen eine unterschiedliche Zahl an Elektronen. Grundstoffe (Elemente) bestehen aus vielen Atomen gleicher Art. Bspw. ergeben viele Kupferatome den Grundstoff Kupfer.

K-Schale	1 H Hydrogen 1.00794							2 He Helium 4.002602
L-Schale	3 Li Lithium 6.941	4 Be Beryllium 9.012182	5 B Boron 10.811	6 C Carbon 12.0107	7 N Nitrogen 14.00674	8 O Oxygen 15.9994	9 F Fluorine 18.9984032	10 Ne Neon 20.1797
M-Schale	11 Na Sodium 22.989770	12 Mg Magnesium 24.3050	13 Al Aluminum 26.981538	14 Si Silicon 28.0855	15 P Phosphorus 30.973761	16 S Sulfur 32.066	17 Cl Chlorine 35.453	18 Ar Argon 39.948

Nichtmetalle
Edelgase
Alkalimetalle
Erdalkalimetalle
Metalle
Übergangsmetalle

Aufbau des Periodensystems der Elemente

Atome unterschiedlicher Art können sich auch zusammensetzen und hierdurch völlig neue Stoffe, sogenannte Verbindungen ergeben. Die kleinste Einheit einer Verbindung wird Molekül genannt. Bspw. verbinden sich zwei Atome des Gases Wasserstoff (H) und ein Atom des Gases Sauerstoff (O): 2 H + O ➔ H_2O (Wasser)

2. Elektrotechnische Grundgrößen

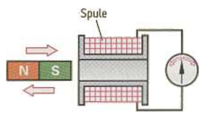
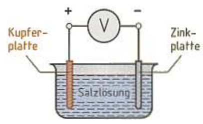
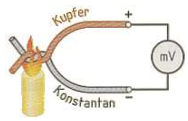
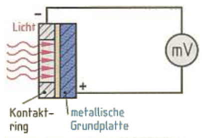
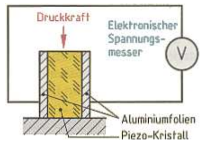
2.1 Spannung

Spannung entsteht durch Ladungstrennung. Das Ausgleichsbestreben getrennter Ladungen ist die elektrische Spannung U.

$$\boxed{U = \frac{W}{Q}}$$

W: zur Ladungstrennung aufgebrachte Arbeit in J (Joule)
Q: Ladung in C (Coulomb)

$$[U] = \frac{[W]}{[Q]} = \frac{J}{C} = \frac{Ws}{C} = \frac{VAs}{As} = V$$

Art der Spannungserzeugung	Verwendung	
Induktion	- Fahrraddynamo - Kraftwerksgenerator	
Galvanisches Element	- Batterien / Akkumulatoren	
Thermoelement	- Temperaturmessung	
Fotoelement	- Solarzellen	
Piezoelektrischer Effekt	- Gaszünder von Feuerzeugen - Drucksensoren	
Elektrostatische Aufladung	- ungewollt durch Reibung	

Beispiele:

Thermospannung	40 µV	Wechselstromnetz	230 V	Blitz bis 10^3 MV
Monozelle	1,5 V	Drehstromnetz	400 V	
Autobatterie	12 V	Höchstspannung	220 kV, 380 kV	

2.2 Strom und Stromdichte

Besteht zwischen getrennten Ladungen eine leitfähige Verbindung, kommt es wegen des Ausgleichsbestrebens zur Bewegung der freien Ladungsträger (=Elektronen) entlang dieser Verbindung, dem elektrischen Strom I.

$$\boxed{I = \frac{Q}{t}}$$

Q: Durch einen Leiterquerschnitt in der Zeit t bewegte Ladung

$$[I] = \frac{[Q]}{[t]} = \frac{C}{s} = \frac{As}{s} = A$$

Beispiele:

Taschenrechner	100 µA	Straßenbahnmotor	300 A
60W-Glühlampe	260 mA	Elektroschmelzofen	100 kA
Bügeleisen	4,35 A		

Je größer die Stromstärke in einem Leiter und je kleiner dessen Querschnitt, desto stärker erwärmt sich der Leiter. Das Verhältnis von Stromstärke zu Leiterquerschnitt ist die **Stromdichte J**.

$$\boxed{J = \frac{I}{A}} \qquad [J] = \frac{[I]}{[A]} = \frac{A}{mm^2}$$

I: Stromstärke in A (Ampère)
A: Leiterquerschnitt im mm²

2.3 Widerstand und Leitwert

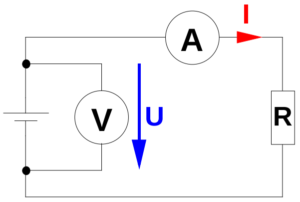
Die Atome des Leiterwerkstoffes befinden sich, abhängig von der Temperatur, mehr oder weniger stark in Schwingung. Daher können sich die Elektronen nicht ungehindert durch den Leiter bewegen. Dieser stellt ihnen einen Widerstand entgegen. Gut leitende Werkstoffe haben einen kleinen **Widerstand R** und somit einen hohen **Leitwert G**.

$$\boxed{R = \frac{1}{G}}$$

R: Widerstand in Ω (Ohm)
G: Leitwert in S (Siemens)

3. Abhängigkeit der Stromstärke von Spannung und Widerstand

Versuchsschaltung:



Messreihe 1:

R = konstant = 20 Ω

U	I
2 V	100 mA
4 V	200 mA
6 V	300 mA
8 V	400 mA

Messreihe 2:

U = konstant = 5 V

R	I
10 Ω	500 mA
20 Ω	250 mA
30 Ω	167 mA
40 Ω	125 mA

Formelableitung:

$$I \sim U \qquad I \sim \frac{1}{R}$$

$$I = k \cdot \frac{U}{R}$$

k: Proportionalitätskonstante

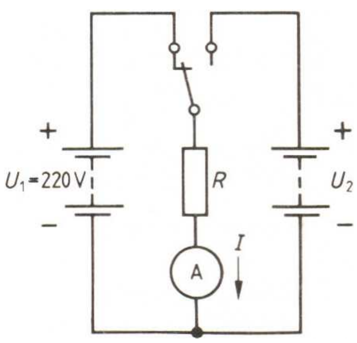
Bestimmung der Konstanten k:

$$k = \frac{I \cdot R}{U} = 1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{I = \frac{U}{R}}$$

Ohmsches Gesetz

Beispiel:

In der Schaltung betragen die Stromstärken bei den Schalterstellungen „Links“ 2,5 A, „Rechts“ 1,8 A. Wie groß ist der Belastungswiderstand *R* und die Spannung U_2?



geg.: $U_1 = 220$ V, $I_1 = 2,5$ A, $I_2 = 1,8$ A
ges.: R, U_2

Lös.:

$$I = \frac{U}{R}$$

$$\Leftrightarrow R = \frac{U}{I}$$

$$\Rightarrow R = \frac{U_1}{I_1}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{R = 88\,\Omega}}$$

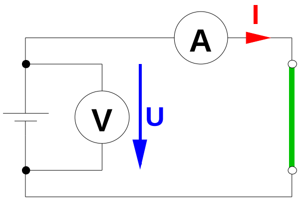
$$U = I \cdot R$$

$$\Rightarrow U_2 = I_2 \cdot R$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{U_2 = 158{,}4\,V}}$$

4. Der Widerstand eines elektrischen Leiters

Versuchsschaltung:



Messreihe 1:

A = konst. = 2 mm²
U = konst. = 100 mV

Messreihe 2:

l = konst. = 50 m
U = konst. = 100 mV

l	I	R=U/I	A	I	R=U/I
25 m	80 mA	1,25 Ω	1,0 mm²	72 mA	1,39 Ω
50 m	40 mA	2,5 Ω	2,0 mm²	144 mA	695 mΩ
100 m	20 mA	5,0 Ω	4,0 mm²	288 mA	347 mΩ

Formelableitung:

$$R \sim l \qquad\qquad R \sim \frac{1}{A}$$

\ /

$$R_{Lt} = k \cdot \frac{l}{A}$$

Bestimmung der Konstanten k:

$$k = \frac{R_{Lt} \cdot A}{l} = \frac{50\ m\Omega \cdot 2\ mm^2}{1\ m} = 0{,}1\ \frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$$ (Messreihe 1 → Eisen)

$$k = \frac{R_{Lt} \cdot A}{l} = \frac{69{,}4\ m\Omega \cdot 4\ mm^2}{10\ m} = 0{,}0278\ \frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$$ (Messreihe 2 → Aluminium)

Die Konstante k ist materialabhängig. Sie wird als spezifischer Widerstand ρ bezeichnet.

$$\rightarrow \rho_{Fe} = 0{,}1\ \frac{\Omega \cdot mm^2}{m},\ \rho_{Al} = 0{,}0278\ \frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$$

$$\Rightarrow \boxed{R_{Lt} = \rho \cdot \frac{l}{A}}$$

ρ: spezifischer Widerstand in $\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$

l: Leiterlänge in m

A: Leiterquerschnittsfläche in mm²

Beispiel:

In einer zweiadrigen Kupferleitung zum Anschluss eines Gleichstrommotors 220 V; 16 A darf ein höchster Spannungsfall von 3 % der Netzspannung auftreten. Die Zuleitung ist 60 m lang. Welcher Leiterquerschnitt ist erforderlich?

geg.: U = 220 V; I = 16 A; ΔU = 3 %·220 V = 6,6 V; l = 2·60 m = 120 m; ρ_{Cu} = 0,01786 Ω·mm²/m

ges.: A

Lös.: $R = \frac{U}{I}$

$\Rightarrow R_{Lt} = \frac{\Delta U}{I}$

$\Rightarrow R_{Lt} = 413\ m\Omega$

$R_{Lt} = \rho \cdot \frac{l}{A}$

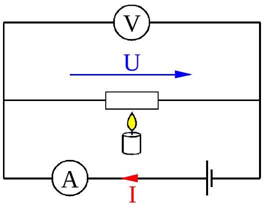
$\Leftrightarrow A = \rho \cdot \frac{l}{R_{Lt}}$

$\Rightarrow \underline{\underline{A = 5{,}17\ mm^2}}$

Zum Anschluss des Gleichstrommotors stehen zwei Leitungen mit einer Querschnittsfläche von 5 mm² respektive 7,5 mm² zur Verfügung. Welche ist zu verwenden?

5. Temperaturabhängigkeit des Widerstandes

Versuchsschaltung:



ΔR: Widerstandsänderung in Ω
R_{20}: Widerstand bei 20°C in Ω
$\Delta\vartheta$: Temperaturänderung in K
α: Temperaturkoeffizient in 1/K

Versuchsauswertung:

Wird die Temperatur erhöht, steigt der Widerstand. Je größer die **Temperaturänderung $\Delta\vartheta$**, desto größer ist auch die Widerstandsänderung ΔR.

→ $\Delta R \sim \Delta\vartheta$

Wird der **Kaltwiderstand R_{20}** (Widerstand bei 20°C) erhöht, steigt auch der **Warmwiderstand R_ϑ**. Die Widerstandsänderung bei Erwärmung ist umso größer, je größer der Kaltwiderstand ist.

→ $\Delta R \sim R_{20}$

Formelableitung:

$$\Delta R \sim R_{20} \qquad \Delta R \sim \Delta\vartheta$$
$$\Delta R = k \cdot R_{20} \cdot \Delta\vartheta$$

Bestimmung der Einheit der Konstanten k:

$$k = \frac{\Delta R}{R_{20} \cdot \Delta\vartheta} \quad \Rightarrow \quad [k] = \frac{[\Delta R]}{[R_{20}] \cdot [\Delta\vartheta]} = \frac{\Omega}{\Omega \cdot K} = \frac{1}{K}$$

Die Konstante k ist materialabhängig. Sie wird als **Temperaturbeiwert α** bezeichnet.

$$\Rightarrow \quad \boxed{\Delta R = \alpha \cdot R_{20} \cdot \Delta\vartheta}$$

ΔR: Widerstandsänderung
α: Temperaturbeiwert in $\frac{1}{K}$
R_{20}: Widerstandswert bei 20°C
$\Delta\vartheta$: Temperaturänderung

Ausgehend vom Kaltwiderstand ergibt sich der Warmwiderstand wie folgt:

$$R_\vartheta = R_{20} + \Delta R$$
$$\Rightarrow \quad R_\vartheta = R_{20} + \alpha \cdot R_{20} \cdot \Delta\vartheta$$
$$\Rightarrow \quad \boxed{R_\vartheta = R_{20}(1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)}$$

R_ϑ: Widerstandswert bei ϑ

Beispiel:

Ein Widerstandsthermometer aus Nickel hat bei -60 °C den Widerstand 69,5 Ω. Wie hoch ist die Temperatur, wenn der Widerstand auf 175,9 Ω gestiegen ist und angenommen wird, dass der Temperaturbeiwert α in diesem Temperaturbereich unverändert 0,00617 K^{-1} beträgt?

geg.: $\vartheta_1 = -60$ °C; $R_{\vartheta 1} = 69{,}5\ \Omega$; $R_{\vartheta 2} = 175{,}9\ \Omega$; $\alpha_{Nickel} = 0{,}00617\ K^{-1}$
ges.: ϑ_2
Lös.: $\Delta R = \alpha_{Nickel} \cdot R_{\vartheta 1} \cdot \Delta\vartheta$

$$\Leftrightarrow \Delta\vartheta = \frac{\Delta R}{\alpha_{Nickel} \cdot R_{\vartheta 1}}$$
$$\Leftrightarrow \Delta\vartheta = \frac{R_{\vartheta 2} - R_{\vartheta 1}}{\alpha_{Nickel} \cdot R_{\vartheta 1}}$$
$$\Rightarrow \Delta\vartheta = 248\ K$$

$$\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$$
$$\Leftrightarrow \vartheta_2 = \vartheta_1 + \Delta\vartheta$$
$$\Rightarrow \vartheta_2 = 188\ °C$$

6. Elektrische Energie, Arbeit und Leistung

Die elektrische Spannung U ist die pro Ladung Q zur Ladungstrennung aufgebrachte Arbeit W:

$$U = \frac{W}{Q}$$

Der elektrische Strom I ist die pro Zeit t durch einen Leiterquerschnitt bewegte Ladung Q:

$$I = \frac{Q}{t}$$

Die Arbeit W ergibt sich folglich zu:

$$W = U \cdot Q$$

Die Ladung Q ergibt sich folglich zu:

$$Q = I \cdot t$$

\ /

$$W = U \cdot I \cdot t$$

Die Umwandlung von **elektrischer Energie** in andere Energieformen ist die **elektrische Arbeit**. Sie ist umso größer, je größer das Produkt aus Betriebsspannung und Stromaufnahme eines Verbrauchers ist und je länger der Verbraucher eingeschaltet ist.

Die Leistung ist die pro Zeit t verrichtete Arbeit W:

$$P = \frac{W}{t}$$

Die elektrische Arbeit ist das Produkt aus Spannung U, Strom I und Zeit t:

$$W = U \cdot I \cdot t$$

\ /

$$P = U \cdot I$$

Die **elektrische Leistung** ist das Produkt aus der an einem Verbraucher anliegenden Spannung und seiner Stromaufnahme.

Ist der Widerstandswert eines Verbrauchers bekannt, lässt sich die elektrische Leistung über die Messung der Spannung am Verbraucher oder der Stromaufnahme des Verbrauchers bestimmen:

$$P = U \cdot I$$

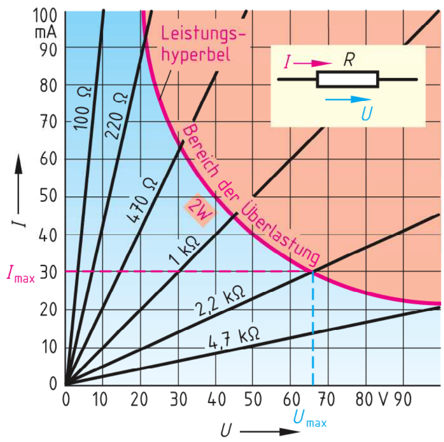
/ \

mit $U = I \cdot R$ mit $I = \frac{U}{R}$

$\Rightarrow \quad P = I^2 \cdot R$ $\Rightarrow \quad P = \frac{U^2}{R}$

Bei gleichbleibendem Widerstand steigt die elektrische Leistung quadratisch mit der Stromstärke bzw. quadratisch mit der Spannung.

Widerstände sind nicht unbegrenzt belastbar. Das bedeutet, dass sie bei längerer Belastung oberhalb der Maximalleistung P_{tot} zerstört werden. Das nebenstehende Diagramm zeigt die **Leistungshyperbel** für einen 2 W-Widerstand.



Beispiel:

Ein Bügeleisen für 230 V hat die Nennleistung 1000 W. Wie groß ist die Leistungsaufnahme, wenn die Netzspannung 226 V beträgt?

geg.: $U_n = 230\ V$; $P_n = 1000\ W$, $U = 226\ V$

ges.: P

Lös.: $P_n = \frac{U_n^{\ 2}}{R}$

$$\Leftrightarrow R = \frac{U_n^{\ 2}}{P_n} = \frac{(230\ V)^2}{1000\ W} = 52{,}9\ \Omega$$

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{(226\ V)^2}{52{,}9\ \Omega} = 966\ W$$

oder: $\frac{P}{P_n} = \frac{U^2}{U_n^{\ 2}}$

$$\Leftrightarrow P = P_n \cdot \frac{U^2}{U_n^{\ 2}}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{P = 966\ W}}$$