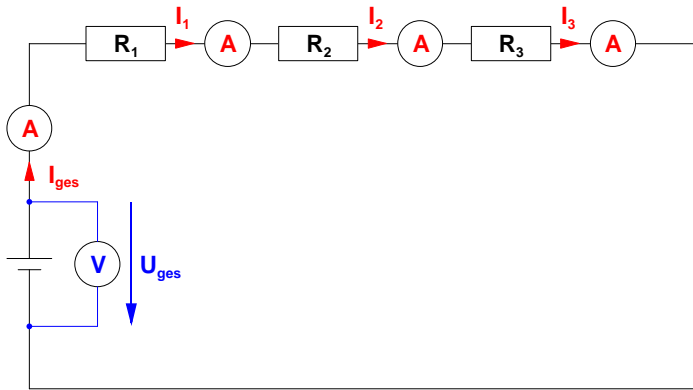


Grundschaltungen - KOMPAKT

1. Reihenschaltung elektrischer Widerstände

Ausgang $R_1 \rightarrow$ Eingang R_2 ; Ausgang $R_2 \rightarrow$ Eingang $R_3 \dots$

Untersuchung des Stromverhaltens:



$$R_1 = 10 \, \Omega, R_2 = 20 \, \Omega, R_3 = 30 \, \Omega, U_{\text{ges}} = 6 \, \text{V}$$

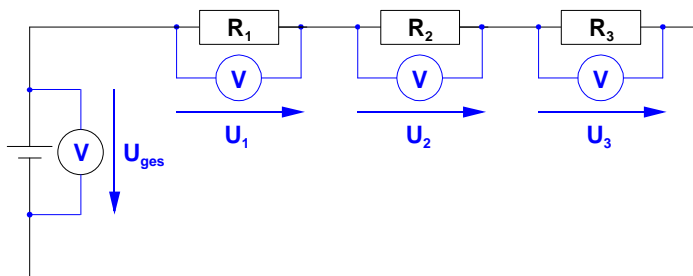
$$I_{\text{ges}} = 100 \, \text{mA}$$
$$I_1 = 100 \, \text{mA} \quad I_2 = 100 \, \text{mA} \quad I_3 = 100 \, \text{mA}$$

In der Reihenschaltung ist die Stromstärke überall gleich groß:

$$I_{\text{ges}} = I_1 = I_2 = I_3 = \dots = I_n$$

U_{ges} : Gesamtspannung in V
 I_{ges} : Gesamtstrom in A
 I_1, I_2, I_3 : Teilströme in A

Untersuchung des Spannungsverhaltens:



$$R_1 = 10 \, \Omega, R_2 = 20 \, \Omega, R_3 = 30 \, \Omega, U_{\text{ges}} = 6 \, \text{V}$$

$$U_{\text{ges}} = 6 \, \text{V}$$
$$U_1 = 1 \, \text{V} \quad U_2 = 2 \, \text{V} \quad U_3 = 3 \, \text{V}$$

In der Reihenschaltung ist die Gesamtspannung gleich groß wie die Summe der Teilspannungen:

$$U_{\text{ges}} = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$$

Die größte Teilspannung fällt am größten Teilwiderstand ab, die Teilspannungen verhalten sich wie die dazugehörigen Teilwiderstände:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad \text{bzw.} \quad \frac{U_1}{U_3} = \frac{R_1}{R_3} \quad \text{bzw.} \quad \frac{U_2}{U_3} = \frac{R_2}{R_3}$$

Maschenregel (zweites Kirchhoffsches Gesetz):

Die Summe aller Spannungen in einer Masche ist Null:

$$\Sigma U = 0$$

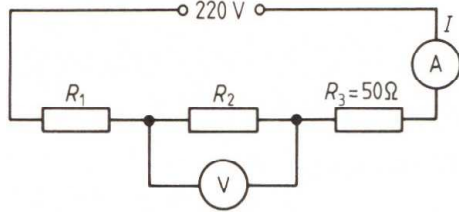
Widerstandsverhalten:

Der **Gesamtwiderstand** (= **Ersatzwiderst.**) der Reihenschaltung ist so groß wie die Summe der Teilwiderstände:

$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

Beispiel:

Bei der dargestellten Schaltung zeigen der Strom- und der Spannungsmesser die Werte 500 mA und 110 V an. Welche Werte haben die beiden Widerstände R_1 und R_2 ?



geg.: $R_3 = 50 \Omega$; $U_{ges} = 220 \text{ V}$; $I_{ges} = 500 \text{ mA}$; $U_2 = 110 \text{ V}$
 ges.: R_1, R_2

Lös.: $I_{ges} = \frac{U_2}{R_2}$
 $\Leftrightarrow R_2 = \frac{U_2}{I_{ges}}$
 $\Rightarrow \underline{\underline{R_2 = 220 \Omega}}$

$$I_{ges} = \frac{U_{ges}}{R_{ges}}$$

$$\Leftrightarrow R_{ges} = \frac{U_{ges}}{I_{ges}}$$

$$\Leftrightarrow R_1 + R_2 + R_3 = \frac{U_{ges}}{I_{ges}}$$

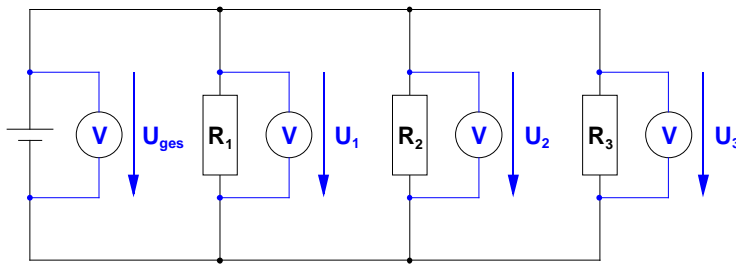
$$\Leftrightarrow R_1 = \frac{U_{ges}}{I_{ges}} - R_2 - R_3$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{R_1 = 170 \Omega}}$$

2. Parallelschaltung elektrischer Widerstände

- (Eingang R_1 ; Ausgang R_1)
- (Eingang R_2 ; Ausgang R_2)
- (Eingang R_3 ; Ausgang R_3)

Untersuchung des Spannungsverhaltens:



U_{ges} : Gesamtspannung in V
 U_1, U_2, U_3 : Teilspannungen in V

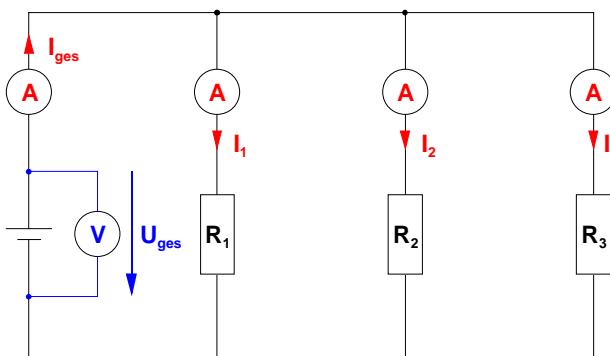
$R_1 = 10 \Omega, R_2 = 20 \Omega, R_3 = 30 \Omega, U_{ges} = 6 \text{ V}$

$$U_1 = 6 \text{ V} \quad U_2 = 6 \text{ V} \quad U_3 = 6 \text{ V}$$

In der Parallelschaltung ist die Spannung an allen Widerständen gleich groß:

$$U_{ges} = U_1 = U_2 = U_3 = \dots = U_n$$

Untersuchung des Stromverhaltens:



U_{ges} : Gesamtspannung in V
 I_{ges} : Gesamtstrom in A
 I_1, I_2, I_3 : Teilströme in A

$R_1 = 10 \Omega, R_2 = 20 \Omega, R_3 = 30 \Omega, U_{ges} = 6 \text{ V}$

$$I_1 = 0,6 \text{ A} \quad I_2 = 0,3 \text{ A} \quad I_3 = 0,2 \text{ A}$$

In der Parallelschaltung ist der Gesamtstrom gleich groß wie die Summe der Teilströme:

$$I_{ges} = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n$$

Der größte Teilstrom fließt durch den kleinsten Widerstand, die Teilströme verhalten sich umgekehrt wie die dazugehörigen Teilwiderstände:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad \text{bzw.} \quad \frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_2} \quad \text{bzw.} \quad \frac{I_3}{I_1} = \frac{R_1}{R_3}$$

Knotenregel (erstes Kirchhoffsches Gesetz):

Die Summe aller in einen Knoten fließenden Ströme ist Null: $\Sigma I = 0$

Widerstandsverhalten:

$$G_1 = 100 \text{ mS}; G_2 = 50 \text{ mS}; G_3 = 33,3 \text{ mS}; \\ G_{\text{ges}} = I_{\text{ges}} / U_{\text{ges}} = 183,3 \text{ mS};$$

Der **Gesamtleitwert** der Parallelschaltung ist so groß wie die Summe der Teilleitwerte:

$$G_{\text{ges}} = G_1 + G_2 + G_3 + \dots$$

Der Kehrwert des **Gesamtwiderstandes** der Parallelschaltung ist so groß wie die Summe der Kehrwerte der Teilwiderstände:

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

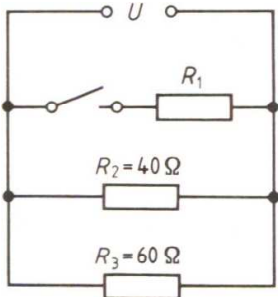
Beispiel:

In der angegebenen Schaltung fließt bei offenem Schalter der Gesamtstrom 1 A, bei geschlossenem Schalter 1,2 A. Wie groß ist der Widerstandswert R_1 ?

geg.: $R_2 = 40 \Omega$; $R_3 = 60 \Omega$; $I_{\text{ges, offen}} = 1 \text{ A}$; $I_{\text{ges, geschlossen}} = 1,2 \text{ A}$
 ges.: R_1

Lös.: $U = I_{\text{ges, offen}} \cdot R_{2||3}$
 $\Leftrightarrow U = I_{\text{ges, offen}} \cdot \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$
 $\Rightarrow U = 1 \text{ A} \cdot 24 \Omega$
 $\Leftrightarrow U = 24 \text{ V}$

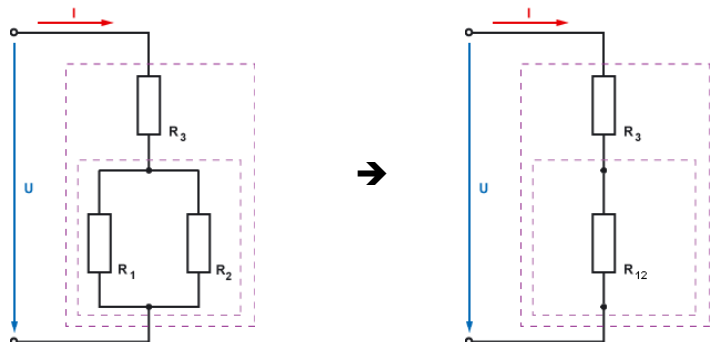
$$U = I_1 \cdot R_1 \\ \Leftrightarrow R_1 = \frac{U}{I_1} \\ \Leftrightarrow R_1 = \frac{U}{I_{\text{ges, geschlossen}} - I_{\text{ges, offen}}} \\ \Rightarrow R_1 = 120 \Omega$$



3. Gemischte Schaltung (Gruppenschaltung)

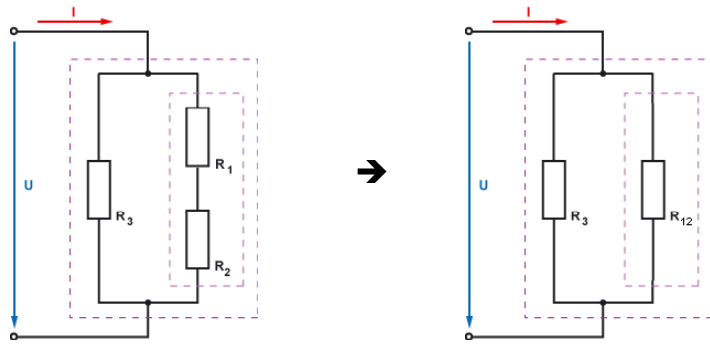
Erweiterte Reihenschaltung

Wird zu einer Parallelschaltung von Widerständen ein weiterer Widerstand in Reihe geschaltet, spricht man von einer **erweiterten Reihenschaltung**.



Erweiterte Parallelschaltung

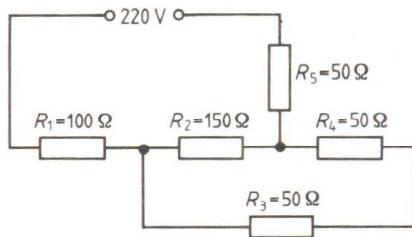
Wird zu einer Reihenschaltung von Widerständen ein weiterer Widerstand parallel geschaltet, spricht man von einer **erweiterten Parallelschaltung**.



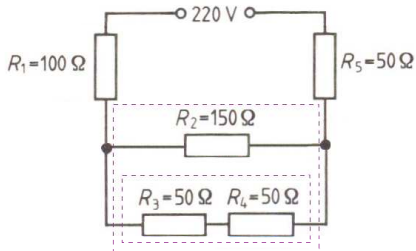
Die Gesetze von Reihen- und Parallelschaltung gelten auch in **Gruppenschaltungen**. Aufgrund der „Verschachtelung“ der Grundschaltungen muss bei der Schaltungsanalyse in der „innersten Schachtel“ begonnen werden.

Beispiel:

Wie groß ist der Gesamtwiderstand und die Gesamtstromstärke der dargestellten Schaltung? Wie groß sind die Spannungen an und die Stromstärken durch die einzelnen Widerstände?



Durch Umzeichnen und Identifizieren enthaltener Grundschaltungen ergibt sich:



geg.: $R_1 = 100 \Omega$; $R_2 = 150 \Omega$; $R_3 = 50 \Omega$; $R_4 = 50 \Omega$; $R_5 = 50 \Omega$;
 $U = 220 \text{ V}$

ges.: R_{ges} , I_{ges} , U_1 , U_2 , U_3 , U_4 , U_5 , I_1 , I_2 , I_3 , I_4 , I_5

Lös.: $R_{34} = R_3 + R_4 = 100 \Omega$

$$R_{234} = \frac{R_2 \cdot R_{34}}{R_2 + R_{34}} = 60 \Omega$$

$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_{234} + R_5$$

$$R_{\text{ges}} = 210 \Omega$$

$$U_5 = I_{\text{ges}} \cdot R_5 = 52,4 \text{ V}$$

$$I_1 = I_5 = I_{\text{ges}} = 1,05 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = 0,419 \text{ A}$$

$$I_{\text{ges}} = \frac{U}{R_{\text{ges}}} = 1,05 \text{ A}$$

$$I_3 = I_4 = I_{\text{ges}} - I_2$$

$$I_3 = I_4 = 0,631 \text{ A}$$

$$U_1 = I_{\text{ges}} \cdot R_1 = 105 \text{ V}$$

$$U_3 = I_3 \cdot R_3 = 31,6 \text{ V}$$

$$U_2 = U_{234} = I_{\text{ges}} \cdot R_{234}$$

$$U_2 = 62,9 \text{ V}$$

$$U_4 = I_4 \cdot R_4 = 31,6 \text{ V}$$

4. Spannungsteiler

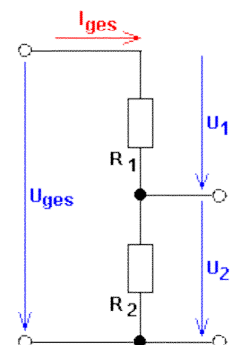
Unbelasteter Spannungsteiler

Ein **unbelasteter Spannungsteiler** besteht aus zwei in Reihe geschalteten Widerständen R_1 und R_2 . Daher ist die Strom- und Spannungsverteilung in unbelasteten Spannungsteilern identisch mit der Reihenschaltung:

$$U_2 = I_{\text{ges}} \cdot R_2$$

[wie auch: $U_1 = I_{\text{ges}} \cdot R_1$]

$$U_{\text{ges}} = I_{\text{ges}} \cdot R_{\text{ges}} = I_{\text{ges}} \cdot (R_1 + R_2)$$



$$\Rightarrow \frac{U_2}{U_{ges}} = \frac{I_{ges} \cdot R_2}{I_{ges} \cdot (R_1 + R_2)}$$

$$\Rightarrow \frac{U_2}{U_{ges}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (\text{Spannungsteilerregel})$$

Belasteter Spannungsteiler

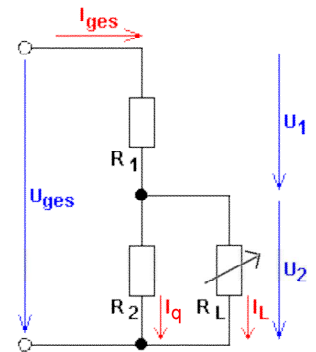
Wird parallel zum Widerstand R_2 ein **Lastwiderstand** R_L geschaltet, spricht man von einem **belasteten Spannungsteiler**.

Durch niederohmige Spannungsteiler können veränderbare Verbraucher mit einer relativ stabilen Spannung versorgt werden. Allerdings darf ein Spannungsteiler nicht durch einen sehr kleinen Widerstand (= hohe Last) belastet werden.

Es gilt die Faustregel:

$$I_L < \frac{1}{10} \cdot I_q \Rightarrow R_L > 10 \cdot R_2$$

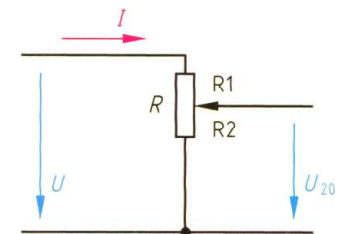
$$q = \frac{I_q}{I_L} > 10 \quad (\text{Querstromverhältnis})$$



I_L : Laststrom
 I_q : Querstrom

Potenziometer

Ein Spezialfall eines Spannungsteilers ist der stufenlos einstellbare Widerstand (= **Potenziometer**). Mit seiner Hilfe lässt sich die Ausgangsspannung von 0 V bis zur Betriebsspannung U einstellen.



Beispiel:

Ein Spannungsteiler liegt an einer Betriebsspannung von 12 V. Er wird mit einem Lastwiderstand mit den Nenndaten 50 Ω und 100 mA belastet. Der Querstrom I_q soll das 10fache des Laststroms betragen. Berechnen Sie die Widerstandswerte R_1 und R_2 .

geg.: $U = 12 \text{ V}$; $R_L = 50 \text{ } \Omega$; $I_L = 100 \text{ mA}$; $I_q = 10 \cdot I_L = 1 \text{ A}$

ges.: R_1, R_2

Lös.: $U_2 = I_L \cdot R_L = 5 \text{ V}$

$U_1 = U - U_2 = 7 \text{ V}$

$I_{ges} = I_q + I_L = 1,1 \text{ A}$

$R_1 = \frac{U_1}{I_1} = 6,36 \text{ } \Omega$

$R_2 = \frac{U_2}{I_q} = 5 \text{ } \Omega$

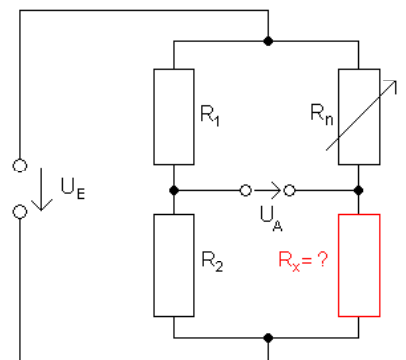
5. Brückenschaltung

Die sogenannte **Wheatstonesche Messbrücke** ist eine Parallelschaltung zweier Spannungsteiler.

Die Messbrücke lässt sich zur Bestimmung eines unbekannten Widerstandes R_x einsetzen. Hierzu wird der Widerstand R_n verändert bis die Spannung U_A der **Brückendiagonale** gleich Null ist. Die Brücke ist dann **abgeglichen**. Im abgeglichenen Zustand gilt:

$$U_1 = U_n$$

$$U_2 = U_x$$

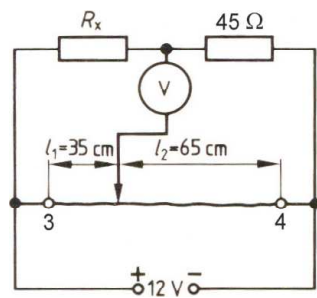


$$\Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{U_n}{U_x}$$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_n}{R_x} \quad (\text{Abgleichbedingung})$$

Beispiel:

Zur Bestimmung des Widerstandes R_x soll die angegebene Schaltung benutzt werden. Zwischen den Punkten 3 und 4 ist ein Schleifdraht mit konstantem Durchmesser angebracht. Bei der angegebenen Einstellung des Abgriffs zeigt der Spannungsmesser 0 V an.



geg.: $R_2 = 45 \Omega$; $R_3 / R_4 = 35 / 65$

ges.: R_x

$$\text{Lös.: } \frac{R_x}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

$$\Leftrightarrow R_x = \frac{R_3}{R_4} \cdot R_2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{R_x = 24,2 \Omega}}$$