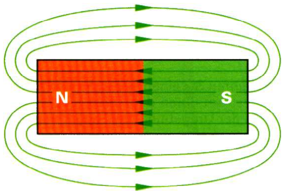
<u>**Wechsel- und Drehstrom - KOMPAKT**</u>

1. Spannungserzeugung durch Induktion

Das magnetische Feld

Der Verlauf der magnetischen Kraftwirkung um einen Magneten wird mit Hilfe von magnetischen Feldlinien beschrieben.

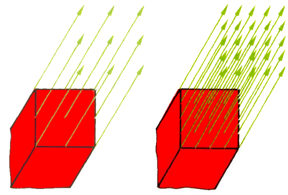


- geschlossene Linien ohne Anfang und Ende
- verlaufen außerhalb des Magneten von Nordpol zum Südpol, innerhalb von Südpol zu Nordpol
- treten immer senkrecht aus der Magnetoberfläche aus bzw. in sie ein

Größen des magnetischen Feldes

Eine höhere Intensität des Magnetfeldes lässt sich durch eine höhere Anzahl an Feldlinien im Feldlinienbild darstellen.

Die Gesamtheit der magnetischen Feldlinien (der magnetischen Kraftwirkung) wird magnetischer Fluss Φ (griechischer Buchstabe Phi) genannt. [Φ] = Vs

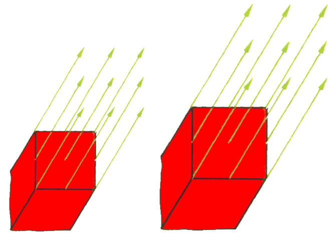


a **b**

Größere Kraftwirkung bei b, da größerer magnetischer Fluss Φ

Je dichter die magnetischen Feldlinien desto größer ist die Kraftwirkung eines Magneten. Den Quotienten aus magnetischem Fluss Φ und Durchtrittsfläche A nennt man magnetische Flussdichte B.

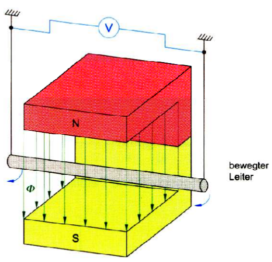
$$\boxed{B = \frac{\Phi}{A}} \qquad [B] = \frac{[\Phi]}{[A]} = \frac{Vs}{m^2} = T \text{ (Tesla)}$$



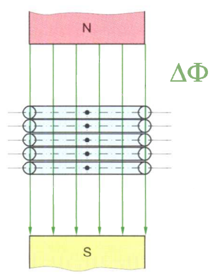
a **b**

Größere Kraftwirkung bei a, da kleinere Durchtrittsfläche A

Elektromagnetische Induktion



Wird ein Leiter senkrecht zu den magnetischen Feldlinien bewegt, wird in ihm eine Spannung u_i induziert (Induktion der Bewegung / Generatorprinzip). Die Richtung der induzierten Spannung ist von der Bewegungsrichtung des Leiters und der Richtung der magnetischen Feldlinien abhängig.



Gleichermaßen wird in einer Spule eine Induktionsspannung u_i induziert, wenn sich der magnetische Fluss durch die Spule ändert (Induktion der Ruhe / Transformatorprinzip). Die Höhe der induzierten Spannung hängt von der Geschwindigkeit der Flussänderung und der Windungszahl der Spule ab.

Aus $u_i \sim \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ und $u_i \sim N$ folgt:

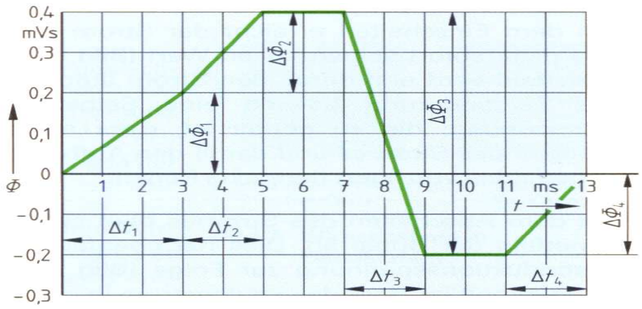
$$u_i \sim N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Die Induktionsspannung ist stets so gerichtet, dass sie ihrer Ursache entgegenwirkt (Lenzsche Regel)

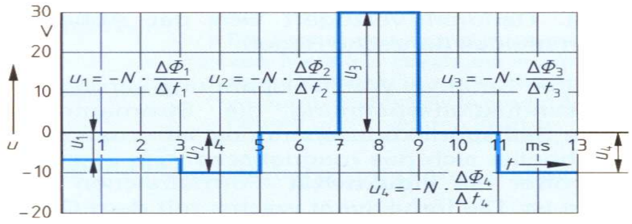
$$\boxed{u_i = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}$$

Induktionsgesetz

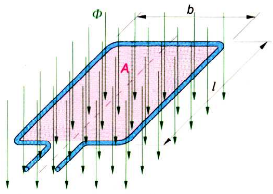
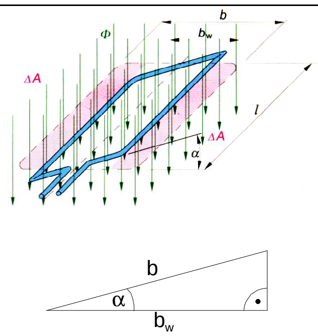
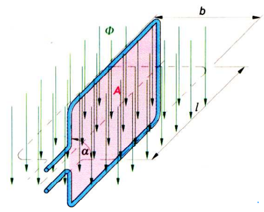
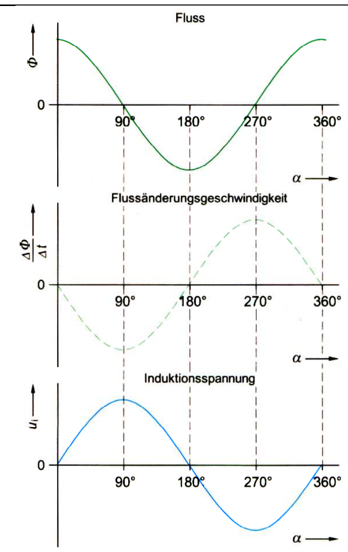
Beispiel: N = 100 (Windungen)



➔



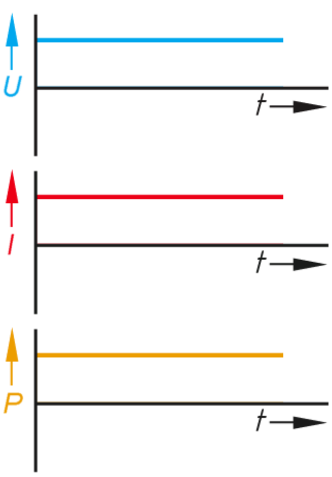
Rotiert eine Spule gleichmäßig innerhalb eines konstanten Magnetfeldes, wird eine sinusförmige Wechselspannung induziert:

α = 0°	0° < α < 90°	α = 90°	
 $b_w = b$ $\Leftrightarrow A = l \cdot b$ $\Leftrightarrow \Phi = B \cdot l \cdot b$	 $b_w = b \cdot \cos\alpha$ $\Leftrightarrow A = l \cdot b \cdot \cos\alpha$ $\Leftrightarrow \Phi = B \cdot l \cdot b \cdot \cos\alpha$ $\Leftrightarrow \Phi \sim \cos\alpha$	 $b_w = 0$ $\Leftrightarrow A = 0$ $\Leftrightarrow \Phi = 0$	

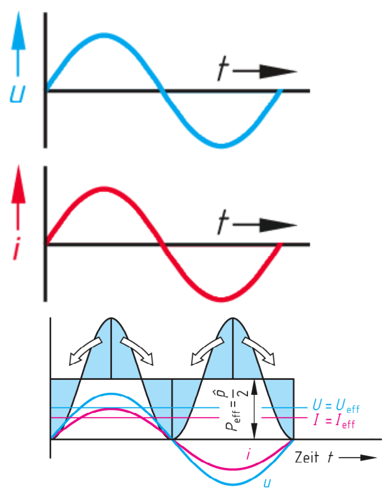
$\boxed{u(\alpha) = \hat{U} \cdot \sin\alpha}$ $\hat{U}$: Scheitelwert, Spitzenwert, Maximalwert, Amplitude

Effektivwert:

Gleichstromkreis



Wechselstromkreis



$$P = \frac{U^2}{R} \quad \Rightarrow \hat{P} = \frac{\hat{U}^2}{R}$$

$$P_{eff} = \frac{\hat{P}}{2} = \frac{\hat{U}^2}{2 \cdot R} = \frac{U_{eff}^{\,2}}{R} \Rightarrow U_{eff} = \sqrt{\frac{\hat{U}^2}{2}} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$$

Bei einer sinusförmigen Wechselspannung von $U_{eff} = \hat{U}/\sqrt{2}$ wird in einem „Verbraucher" die gleiche Energie umgesetzt, wie bei einer Gleichspannung der gleichen Höhe.

An einer üblichen Haushaltssteckdose lässt sich eine Spannung von 230 V messen. Dies ist der Effektivwert der Wechselspannung. Der Scheitelwert liegt um $\sqrt{2}$ höher und beträgt daher Û = 325 V.

Winkelgeschwindigkeit:

Bei Berechnungen von Momentanwerten von Wechselgrößen wird der Drehwinkel üblicherweise im Bogenmaß angegeben: Ausgehend vom Kreisumfang $U = 2 \cdot \pi \cdot r$ wird der Radius r auf 1 normiert. Für eine komplette Kreisumrundung wird dann die Wegstrecke $2 \cdot \pi$ überwunden. Diese Wegstrecke ist der Winkel im Bogenmaß:

$\Rightarrow 2 \cdot \pi \mathrel{\widehat{=}} 360°$

Die Geschwindigkeit ω (griechischer Buchstabe omega), in der sich der Drehwinkel ändert, ist allgemein:

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$$

Für eine volle Umdrehung wird die Zeit Periodendauer T benötigt. Umgekehrt ergibt sich für die Frequenz f = 1/T.

$$\Rightarrow \omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot \pi}{1/f} = 2 \cdot \pi \cdot f$$

Die Winkelgeschwindigkeit ist physikalisch gesehen eine Frequenz. Sie wird daher auch als Kreisfrequenz bezeichnet. In einer Zeit von T=1/f dreht sich der Körper um $2 \cdot \pi$.

$$\Rightarrow \frac{t}{T} = \frac{\alpha}{2 \cdot \pi}$$

$$\Leftrightarrow \alpha = 2 \cdot \pi \cdot \frac{t}{T} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t = \omega \cdot t$$

Für den Momentanwert der Spannung gilt:

$$u = \hat{U} \cdot \sin \alpha$$
$$\Rightarrow u = \hat{U} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)$$

$\boxed{u(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t)}$ ω: Winkelgeschwindigkeit, Kreisfrequenz

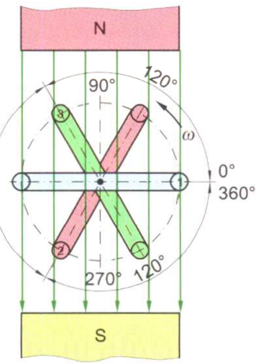
Beispiel: Wie groß ist der Momentanwert der Spannung an einer Haushaltssteckdose 5 ms nach dem Nulldurchgang (ansteigende Tendenz)?

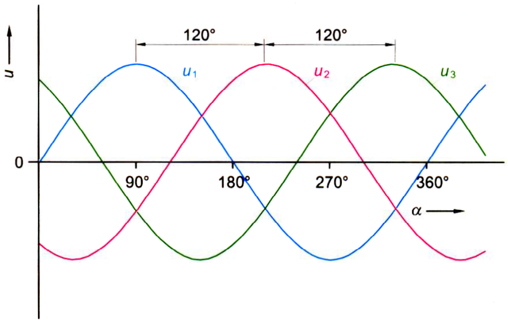
$$u(5\,ms) = 325\,V \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{s} \cdot 5\,ms\right) = 325\,V$$

zur Berechnung Taschenrechner
in Modus „rad“ (Radient) schalten !!

2. Dreiphasen-Wechselspannung

Werden statt einer drehbaren Spule drei jeweils um 120° räumlich versetzte Induktionsspulen verwendet, werden drei unabhängige sinusförmige Wechselspannungen erzeugt:



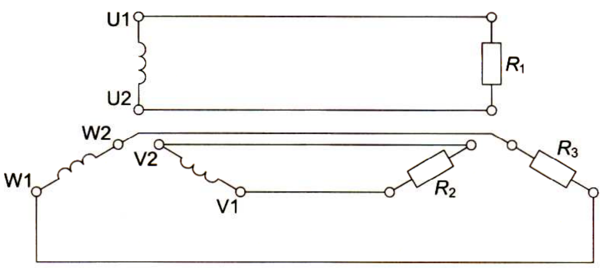


$$u_1(\alpha) = \hat{U} \cdot \sin\alpha$$
$$u_2(\alpha) = \hat{U} \cdot \sin(\alpha - 120°)$$
$$u_3(\alpha) = \hat{U} \cdot \sin(\alpha - 240°)$$

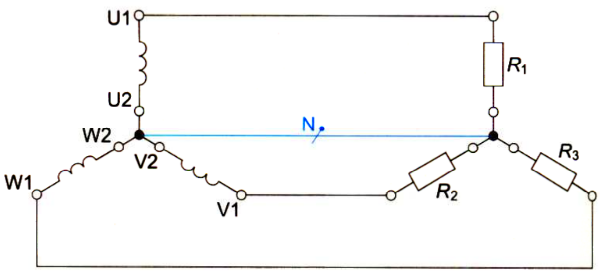
Mit Hilfe dieser Dreiphasen-Wechselspannung lassen sich auf Verbraucherseite mit geringstem Aufwand Drehfelder zum Betrieb sogenannter Drehfeldmaschinen erzeugen. Man spricht daher auch von Drehstrom.

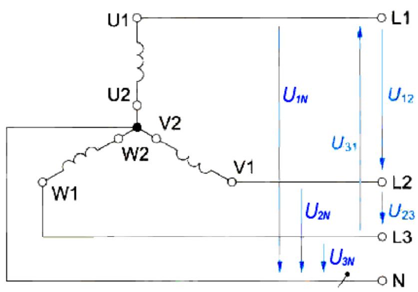
Für drei Spulen würden sechs Leiter benötigt. Um Leiter einzusparen, werden die drei Rückleiter zu einem gemeinsamen Leiter, dem Neutralleiter zusammengefasst. Man spricht hierbei von Verkettung.

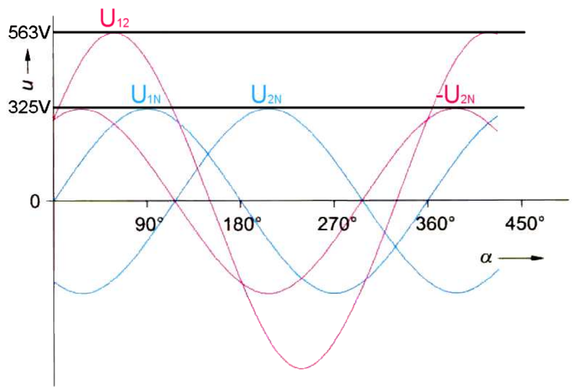
Verkettung:



➔







Maschenumlauf: $U_{12} = U_1 - U_2$

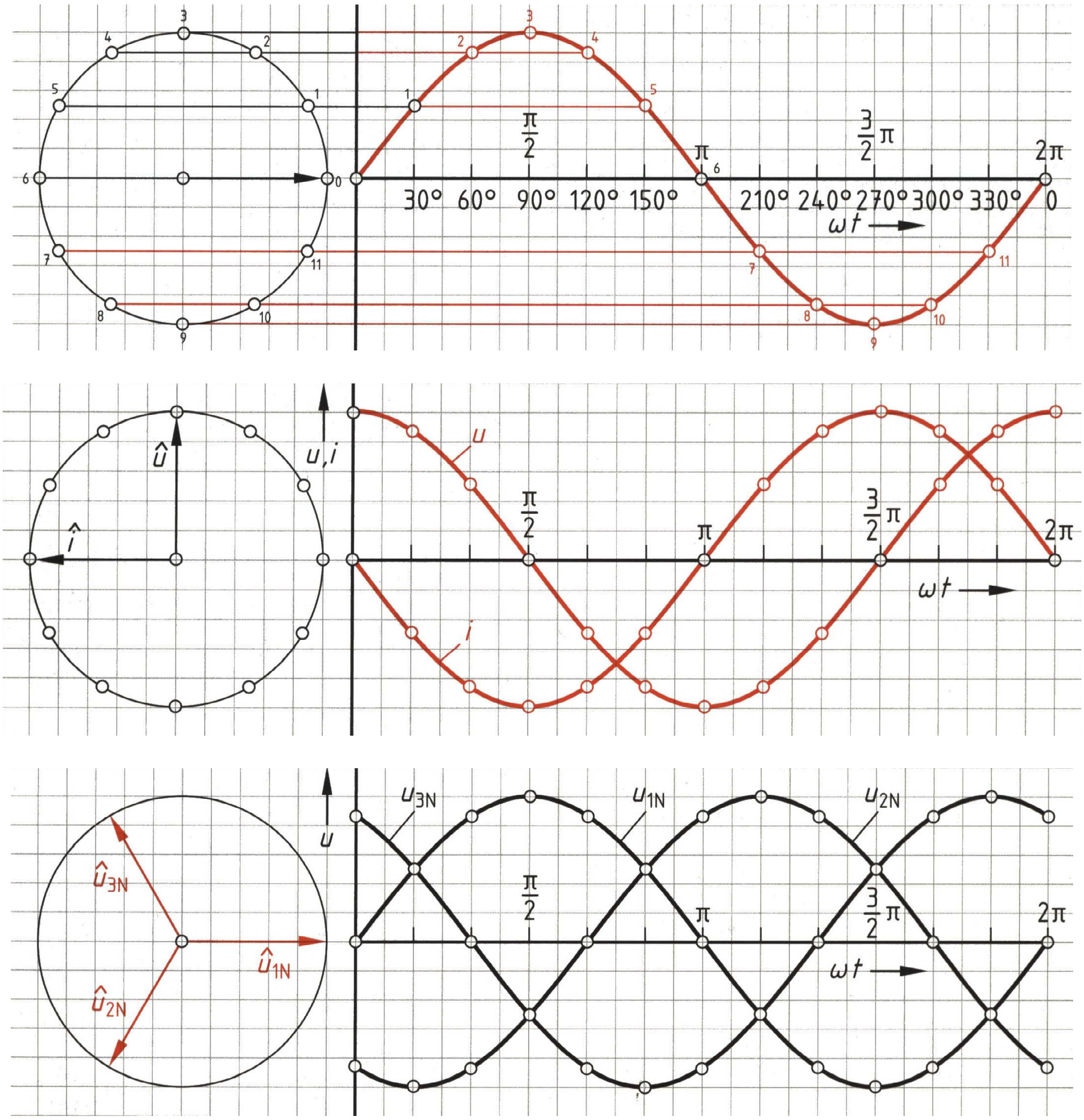
Die Spannung zwischen einem Außenleiter und dem Neutralleiter (= Strangspannung) beträgt 230 V effektiv. Der Scheitelwert liegt um $\sqrt{2}$ höher und beträgt daher Û = 325 V.

$$u_{1N}(\alpha) = 325V \cdot \sin(\alpha) \quad \text{bzw.} \quad u_{1N}(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$
$$u_{2N}(\alpha) = 325V \cdot \sin(\alpha - 120°) \quad \text{bzw.} \quad u_{2N}(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t - 2\pi/3)$$
$$u_{3N}(\alpha) = 325V \cdot \sin(\alpha - 240°) \quad \text{bzw.} \quad u_{3N}(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t - 4\pi/3)$$

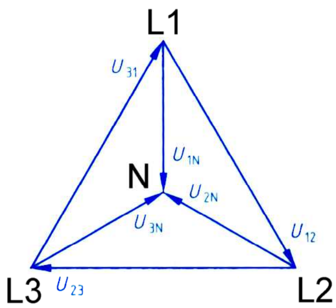
Der Scheitelwert der Außenleiterspannungen U_{12}, U_{23}, U_{31} ergibt sich aus dem Liniendiagramm als Û = 563 V. Der Effektivwert beträgt hier $U_{eff} = 563\ V / \sqrt{2} = 400\ V$.

Zeigerdiagramme:

Die Konstruktion von Wechselgrößen im Liniendiagramm ist sehr aufwändig. Daher wurden die Zeigerdiagramme eingeführt.



Führt man die Konstruktion der Außenleiterspannung statt als arithmetische Addition im Liniendiagramm nun als geometrische Addition im Zeigerdiagramm durch, gestaltet sich dies nicht nur einfacher. Der Scheitelwert der Außenleiterspannung lässt sich nun aus der Strangspannung genau berechnen:



Kosinussatz:

$$U_{12}^{\ 2} = U_1^{\ 2} + U_2^{\ 2} - 2 \cdot U_1 \cdot U_2 \cdot \cos 120°$$

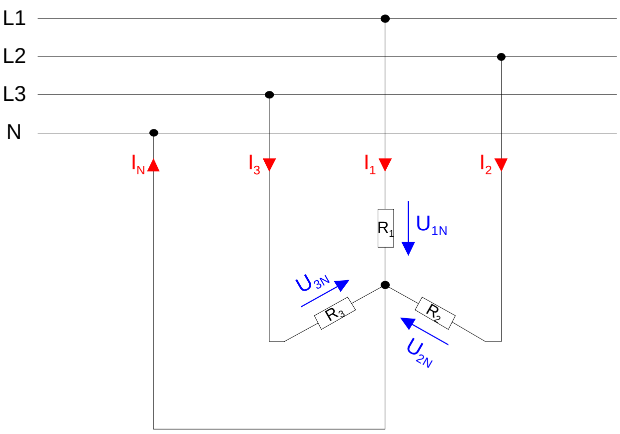
$$➔ \ U_{12} = \sqrt{U_1^{\ 2} + U_2^{\ 2} - 2 \cdot U_1 \cdot U_2 \cdot \cos 120°}$$

$$= \sqrt{(230\,V)^2 + (230\,V)^2 - 2 \cdot 230\,V \cdot 230\,V \cdot \cos 120°}$$

$$= 400\,V \quad \left(= \sqrt{3} \cdot U_1\right)$$

Die Außenleiterspannung ist folglich exakt um den Faktor $\sqrt{3}$ größer als die Strangspannung. Man spricht hierbei vom Verkettungsfaktor.

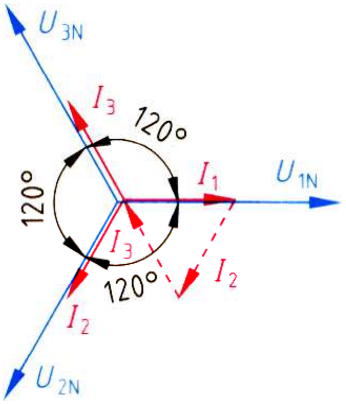
3. Belastung des Drehstromnetzes
3.1 Symmetrische Sternschaltung



R1 = R2 = R3 = 100 Ω

Strangspannungen:	Außenleiterspannungen:
U_{1N} = 230 V U_{2N} = 230 V U_{3N} = 230 V	U_{12} = 400 V U_{23} = 400 V U_{31} = 400 V
Strangströme: I_1 = 2,3 A I_2 = 2,3 A I_3 = 2,3 A	Ausgleichsstrom: I_N = 0

Zeigerdiagramm:



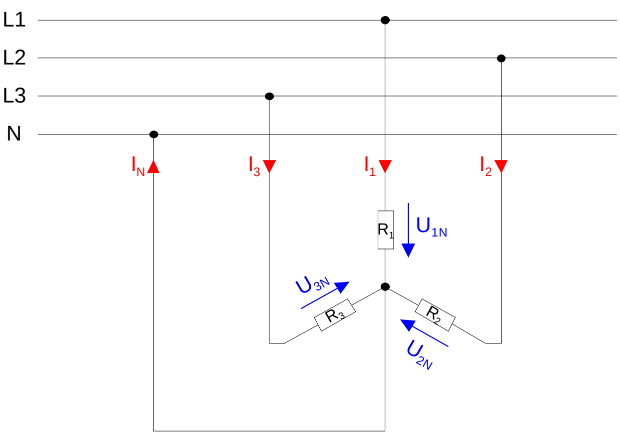
Die Ströme in den drei Rückleitern heben sich gegenseitig auf, d.h. im Neutralleiter fließt kein Strom. Daher kann der Neutralleiter auch komplett weggelassen werden → Dreileitersystem.

Um die Leitungsverluste möglichst gering zu halten, wird stets eine symmetrische Belastung des Drehstromnetzes angestrebt.

Verhalten bei Ausfall des Neutralleiters:

Keine Unterschiede, da bei symmetrischer Last kein Ausgleichsstrom durch den Neutralleiter fließt.

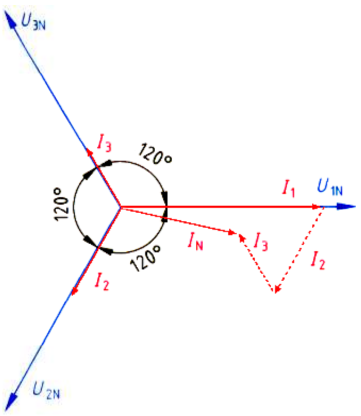
3.2 Unsymmetrische Sternschaltung



R1 = 100 Ω; R2 = 200 Ω; R3 = 300 Ω

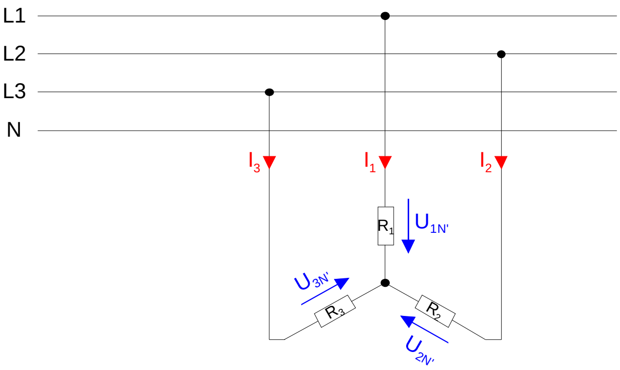
Strangspannungen:	Außenleiterspannungen:
U_{1N} = 230 V U_{2N} = 230 V U_{3N} = 230 V	U_{12} = 400 V U_{23} = 400 V U_{31} = 400 V
Strangströme: I_1 = 2,30 A I_2 = 1,15 A I_3 = 0,77 A	Ausgleichsstrom: $I_N \approx$ 1,35 A

Zeigerdiagramm:



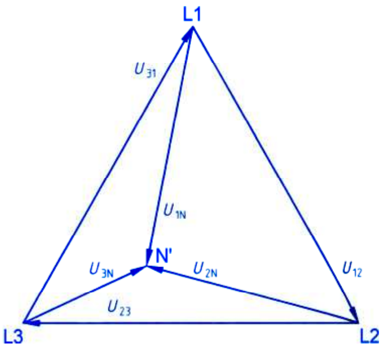
Bei unsymmetrischer Belastung fließt im Neutralleiter ein Ausgleichsstrom. Es handelt sich hierbei um einen ganz normalen Betriebszustand und nicht etwa um einen Fehler !!

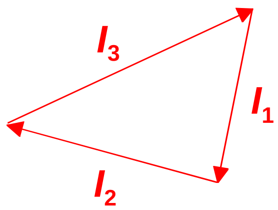
Verhalten bei Ausfall des Neutralleiters:



R1 = 100 Ω; R2 = 200 Ω; R3 = 300 Ω	
Strangspg. (gemessen): $U_{1N'}$ = 162 V $U_{2N'}$ = 261 V $U_{3N'}$ = 288 V	Außenleiterspannungen: U_{12} = 400 V U_{23} = 400 V U_{31} = 400 V
Strangströme (berechnet): I_1 = 1,62 A I_2 = 1,31 A I_3 = 0,96 A	kein Ausgleichsstrom möglich

Zeigerdiagramm:

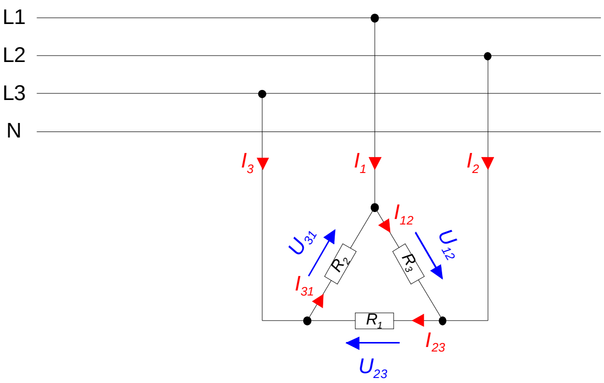




Ist der Neutralleiter bei unsymmetrischer Sternschaltung nicht angeschlossen, verschiebt sich der Sternpunkt N → N´.

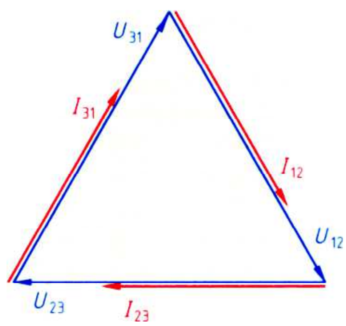
Hierdurch entstehen in einzelnen Strängen gefährliche Überspannungen.

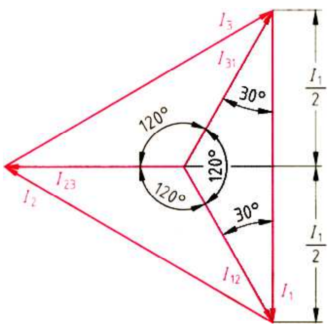
3.3 Symmetrische Dreieckschaltung



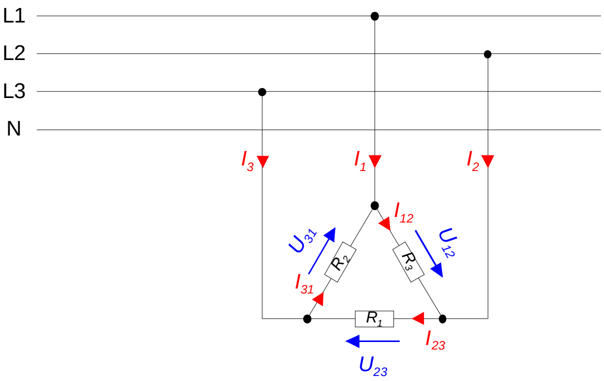
R1 = R2 = R3 = 133 Ω	
Strangspannungen (=Außenleiterspannungen): U_{12} = 400 V U_{23} = 400 V U_{31} = 400 V	
Strangströme (berechnet): I_{12} = 3 A I_{23} = 3 A I_{31} = 3 A	Leiterströme (konstruiert): I_1 = 5,2 A I_2 = 5,2 A I_3 = 5,2 A

Zeigerdiagramm:





3.4 Unsymmetrische Dreieckschaltung



R1 = 235 Ω; R2 = 364 Ω; R3 = 800 Ω

Strangspannungen (=Außenleiterspannungen):
U_{12} = 400 V
U_{23} = 400 V
U_{31} = 400 V

Strangströme (berechnet):	Leiterströme (konstruiert):
I_{12} = 0,50 A	I_1 = 1,42 A
I_{23} = 1,70 A	I_2 = 2,00 A
I_{31} = 1,10 A	I_3 = 2,44 A

Zeigerdiagramm: